**Лабораторная работа № 3**

*Метод штрафных функций*

**Цель работы**

Ознакомиться с методами штрафных функций при решении задач нелинейного программирования. Изучить типы штраф­ных и барьерных функций, их особенности, способы и области применения, влияние штрафных функций на сходимость алгоритмов, зависимость точности решения задачи нелинейного программирования от величины коэффициента штрафа.

**Методические указания**

С помощью методов штрафных функций и барьеров (их еще называют *методы внешней и внутренней штрафной точки*) задача нелинейного программирования решается путём исследования *последо­вательности задач* без ограничений. Вследствие того, что методы штрафных функций и барьеров не оперируют ограничениями в явном виде, они оказываются эффективными в вычислительном отношении для задач нелинейного программирования.

Методы штрафных функций и барьеров аппроксимируют исходную задачу нелинейного программирования последовательностью связанных с ней задач без ограничений, каждая из которых может быть решена с помощью имеющихся алгоритмов оптимизации.

В **методе штрафных функций** исходную задачу



при ограничениях



сводят к задаче без ограничений



где  – функции штрафа, которые накладываются при нару­шении ограничений. Обычно функция штрафа выбирается такой, чтобы штраф был равен нулю, если ограничение выполняется, и больше нуля, если нарушено.

**Барьерные функции** отличаются от штрафных тем, что в допустимой области они всегда не равны нулю и, кроме того, резко возрастают, стремясь к бесконечности, при приближении к границе допустимой области. В отличие от штрафных барьерные функции требуют специальной адаптации алгоритмов оптимизации, так как при случайном нарушении ограничений в процессе поиска может произой­ти переполнение разрядной сетки.

**Стратегия выбора коэффициентов штрафа**. Эффективность применения метода штрафных функций существенно зависит от выбора функции штрафа и правильно подобранной страте­гии корректировки коэффициентов штрафа . Как правило, алгоритм подбора коэффициентов штрафа заключается в следующем. На начальном этапе фиксируем точку , а также начальные значения коэффициентов штрафа и находим минимум функции  в точке . Далее проверяем величину штрафа: если штраф больше заданной точности , то изменяем величину штрафа (для штрафных функций коэффициенты штрафа увеличиваются, а для барьерных функций – уменьшаются) и повторяем поиск из точки . Так продолжаем до тех пор, пока величина штрафа не станет меньше .

**Порядок выполнения работы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Вид работы | Баллы |
|  | Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелиней­ного программирования с использованием **метода штрафных функций**. | 7 |
|  | Исследовать сходимость **метода штрафных функций** в зависимости от   * выбора штрафных функций, * начальной величины коэффициента штрафа, * стратегии изменения коэффициента штрафа, * начальной точки, * задаваемой точности .   Сформулировать выводы. |
| 3\* | Применяя методы поиска минимума 0-го порядка, реализовать программу для решения задачи нелиней­ного программирования с ограничением типа неравенства (**только пункт а**) с использованием **метода барьерных функций**. | 3 |
| 4\* | Исследовать сходимость **метода барьерных функций** (**только пункт а**) в зависимости от   * выбора барьерных функций, * начальной величины коэффициента штрафа, * стратегии изменения коэффициента штрафа, * начального приближения, * задаваемой точности .   Сформулировать выводы. |

\*) Выполняется по желанию студентов

**Варианты заданий**

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

1. 

при ограничении:

а) 

б) 

**Содержание отчета**

Отчет должен содержать:

* титульный лист;
* цель работы;
* задание;
* таблицы с результатами проведенных исследований, где должны быть отражены используемая штрафная / барьерная функция, начальная величина коэффициента штрафа, стратегия изменения коэффициента штрафа, начальное приближение , задаваемая точность, количество итераций*,* число вычислений целевой функции, найденная точка и значение функции в ней.
* выводы об эффективности метода штрафных функций, рекомендации о выборе функций штрафа и стратегии выбора коэффициентов штрафа с указанием преимуществ и недостатков.

В отчет необходимо включить текст разработанной программы поиска, результаты ее тестирования.

**Контрольные вопросы**

1. Метод штрафных функций.
2. Метод барьерных функций.
3. Стратегии изменения коэффициентов штрафа.
4. Виды штрафных функций для ограничений равенств.
5. Виды штрафных функций для ограничений неравенств.
6. Виды барьерных функций.